


INSTITUCIÓN EDUCATIVA REPÚBLICA DE HONDURAS

Aprobada mediante Resolución No 033 del 21 de abril de 2003

SECUENCIA DIDÁCTICA No_2__ 2021

Generado por la contingencia del COVID 19

Título de la secuencia didáctica:
FUNCIONES
Elaborado por:

DANIEL URAZAN

Nombre del Estudiante:
Grado:10
Área/Asignatura

MATEMATICAS

Duración: 18
MOMENTOS Y ACTIVIDADES
EXPLORACIÓN

Las funciones determinan las relaciones que existen entre distintas magnitudes tanto en Matemáticas, como en Física, Química, Medicina, Estadística, Economía, Ingeniería, Psicología... y permiten, entre otras muchas cosas, poder calcular los valores de cada una de ellas en función de otras de las que depende.

En muchos casos usamos las funciones matemáticas en nuestra vida sin pensar que las estamos utilizando y a veces muchas personas se preguntan para qué nos sirven las funciones.

Si analizamos nuestro alrededor notamos que las matemáticas y con ella las funciones se encuentran por todos lados, si miramos un poco más detallado nuestro entorno nos damos cuenta que a diario nos encontramos con diversas relaciones de correspondencia, por ejemplo a cada persona le corresponde una fecha de nacimiento, a cada libro le corresponde un número de páginas, a cada objeto le corresponde un peso.

ESTRUCTURACIÓN
LA LINEA RECTA
EJES DE COORDENADAS

El sistema de ejes coordenados está formado por dos rectas numéricas, una horizontal y otra vertical llamadas ejes.

El eje horizontal (eje x) se denomina eje de las abscisas y el eje vertical (eje y) se denomina eje de las ordenadas.

Sobre el sistema de ejes coordenados es pueden ubicar todos los pares ordenados de la forma (a, b) , como lo muestra la figura.

En el punto $P(a, b)$ los elementos a y b se llaman coordenadas del punto

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

Supongamos que $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$

Son dos puntos del plano tal como se observa en la figura.

La distancia entre P_1 y P_2 se puede determinar, por ejemplo, mediante teorema de Pitágoras, de la siguiente manera:

$$(\overline{P_1P_2})^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

Así la distancia de P_1 a P_2 es:

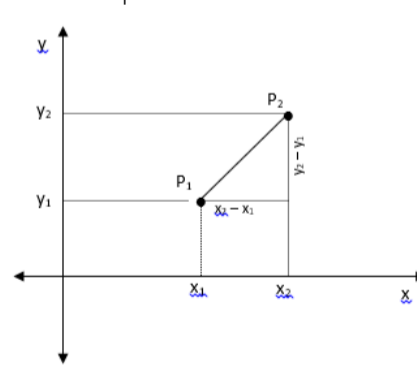
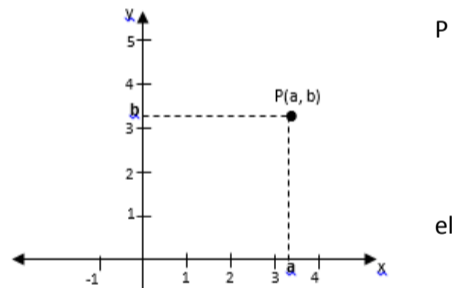
$$\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ejemplo: La distancia entre los puntos A $(-4, 7)$ y B $(3, -5)$ es:

$$\overline{AB} = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (-5 - 7)^2}$$

$$= \sqrt{49 + 144}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{193}$$



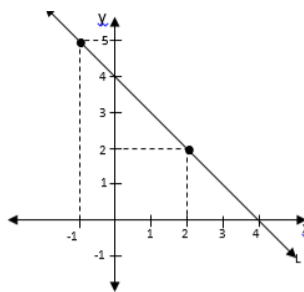
Representación gráfica de la línea recta: En toda igualdad de la forma $ax + by = c$, donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, representa una ecuación lineal con dos incógnitas, las soluciones son pares ordenados de la forma (x, y) . Este par ordenado (x, y) corresponde a un punto del plano cartesiano.

Ejemplo: la ecuación L: $x + y = 4$

Tabla de valores

Gráfico

x	y	(x, y)
2	2	(2, 2)
1	3	(1, 3)
0	4	(0, 4)
-1	5	(-1, 5)



Observaciones:

- A toda ecuación lineal (de primer grado) con dos incógnitas le corresponde gráficamente una recta.
- Cada par ordenado de números (x, y) corresponde a las coordenadas de un punto que es solución de la ecuación dada, es decir satisface esta ecuación.
- Los puntos que cada par ordenado representa pertenecen a la recta correspondiente.

PENDIENTE DE UNA RECTA

Se denomina pendiente "m" de una recta al grado de inclinación " α " que tiene respecto del eje de las abscisas (eje x)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Si la pendiente de una recta es positiva se dice que esta crece, mientras si es negativa la recta decrece.

PUNTOS DE INTERSECCIÓN DE UNA RECTA CON LOS EJES COORDENADOS

Según la gráfica que se muestra a continuación, los puntos donde la recta L corta al eje x son de la forma (x, 0) y donde corta al eje y, de la forma (0, y).

Ejemplo:

Hallar la intersección de la recta $2x - 3y = 12$ con los ejes coordenados:

Intersección con el eje x : se hace $y = 0$

Resulta: $2x = 12$

de donde : $x = 6$

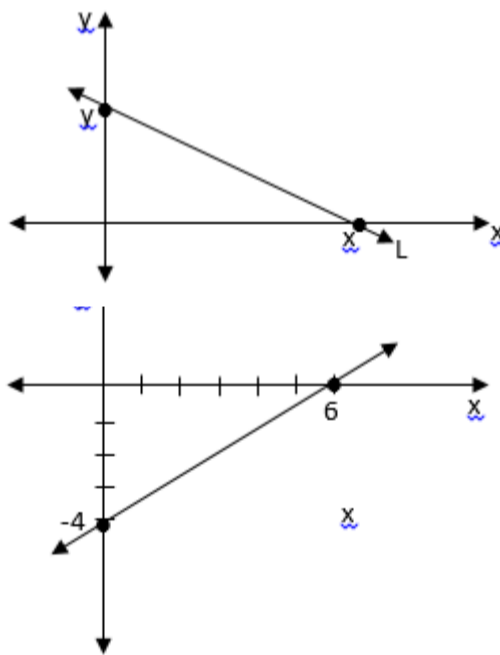
Así la recta corta al eje x en el punto (6, 0)

Intersección con el eje y : se hace $x = 0$

Resulta: $-3y = 12$

de donde : $y = -4$

Así la recta corta al eje y en el punto (0, -4)



ECUACIÓN DE LA LÍNEA RECTA

Toda igualdad de la forma $ax + by = c$, donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, también se puede escribir en la forma $y = mx + n$, es decir como una función, donde m es la pendiente o *coeficiente de dirección* y n es la intersección de la recta con el eje y, llamada también *coeficiente de posición*.

De esta forma, podemos afirmar que una recta está perfectamente definida si se conocen:

- dos puntos de ella

Ejemplo: Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(5, 4) y B(7, 8)

Calculamos su pendiente $m = \frac{8 - 4}{7 - 5} \Leftrightarrow m = \frac{4}{2} \Leftrightarrow m = 2$

Como $y = mx + n$, considerando el punto A(5,4) con $x = 5$ e $y = 4$

Tenemos $4 = 2 \cdot 5 + n$
 $4 = 10 + n \quad / -10$
 $-6 = n$

Luego: $y = 2x - 6$ es la ecuación pedida

- un punto y su pendiente.

Ejemplo: Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(2, -5) y tiene pendiente -4

Como, el punto dado es A(2,-5) con $x = 2$ e $y = -5$ y el valor de la pendiente es $m = -4$

Entonces $y = mx + n$

Tenemos $-5 = -4 \cdot 2 + n$

$$-5 = -20 + n \quad /+20$$

$$15 = n$$

Luego: $y = -4x + 15$ es la ecuación pedida

Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente

- Ejemplo: $y = 2x + 1$ e $y = 2x + 5$ son paralelas porque tienen la misma pendiente $m = 2$.

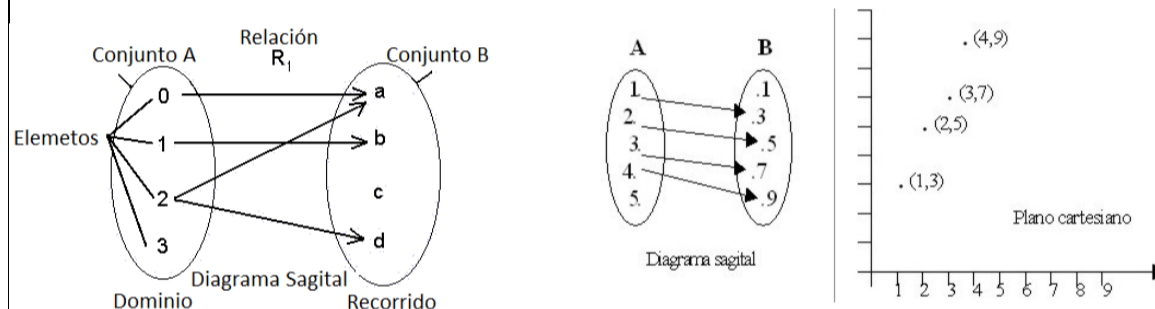
Dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es igual a -1

- Ejemplo $y = -5x + 3$ e $y = 1/5 x + 6$ son perpendiculares porque $(-5) \cdot 1/5 = -1$

FUNCIONES:

Antes de empezar el estudio de las funciones, debemos saber primero que es una relación.

Una Relación es la correspondencia de un primer conjunto, llamado **Dominio**, con un segundo conjunto, llamado **Recorrido o Rango**, de manera que a cada elemento del Dominio le corresponde uno o más elementos del Recorrido o Rango. Toda relación queda definida si se conoce el conjunto de partida, el conjunto de llegada y la regla mediante la cual se asocian los elementos.



FUNCIÓN

Definición:

Una correspondencia f de A en B se denominará función y se notará como $f : A \rightarrow B$ si y sólo si cumple con las siguientes condiciones:

1. Existencia: $\forall x \in A \quad \exists y \in B / (x, y) \in f$
2. Unicidad: Si $(x, y) \in f \wedge (x, z) \in f \Rightarrow y = z$

Se representa $y=f(x)$, Esto significa que a cada elemento de A le corresponde por f uno y solo un elemento de B.

DOMINIO E IMAGEN

- El dominio de una función es el conjunto de existencia de la misma, o sea los valores para los cuales la función está definida. Dicho de otra forma, si el conjunto de existencia es vacío entonces no existe la función.
- El conjunto imagen está formado por los valores que alcanza la función.

$$Im_f = \{y / y \in B \wedge \exists x \in A / (x, y) \in f\}$$

Es decir que la función $f(x) = x + 1$ tiene como dominio e imagen todos los números reales, pero una función $g(x) = x^2$ si bien tendrá como dominio a todos los reales, su imagen sólo tendrá valores comprendidos entre 0 y $+\infty$.

Ejemplo: cálculo del dominio de una función

1) Hallar el campo de existencia de la función f definida por

$f(x) = \frac{1}{x-2}$. como dividir por cero no es posible, la función no esta definida para $x=2$ ya que cuando x toma este valor la función no existe, por lo tanto:

$$D_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

Y se lee todos los reales menos el 2

Rango de una función: Es el conjunto formado por las imágenes. Son los valores que toma la función "Y" (variable dependiente), por eso se denomina "f(x)", su valor depende del valor que le demos a "X". Gráficamente lo miramos en el eje vertical (ordenadas), leyendo de abajo a arriba. El Rango de una función es el conjunto formado por las imágenes f(x) de los valores de "X" que pertenecen al Dominio de dicha función. La manera más efectiva para determinar el Rango consiste en graficar la función y ver los valores que toma "Y" de abajo hacia arriba

EVALUACION DE FUNCIONES

Evaluar una función es saber qué valor toma la función en un determinado punto del dominio de la función, en otras palabras es hallar la imagen de ese elemento ejemplo:

Sea la función $f(x) = x + 1$, $f(5) = 5 + 1 = 6$

REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN

La representación gráfica de una función permite visualizar de un modo claro y preciso su comportamiento.

Una función f asigna a cada número x del conjunto origen, un número $y = f(x)$ del conjunto imagen.

El conjunto de los pares de números (x, y) determinados por la función recibe el nombre de grafo de la función.

Para obtener los pares basta con dar valores a la variable independiente x , y obtener los correspondientes de la variable dependiente y , formando así una tabla de valores de la función.

Una vez obtenidos los pares de números, se representan en un sistema de ejes cartesianos, que consiste en dos ejes perpendiculares que se cortan en un punto, llamado origen de coordenadas, y representado por O ; el eje horizontal recibe el nombre de eje de abscisas, y en él se representan los valores de la variable independiente; el eje vertical recibe el nombre de eje de ordenadas, y en él se representan los valores de la variable dependiente. Cada par de números corresponde a un punto del plano. Uniando todos los puntos, se obtiene la gráfica de la función.

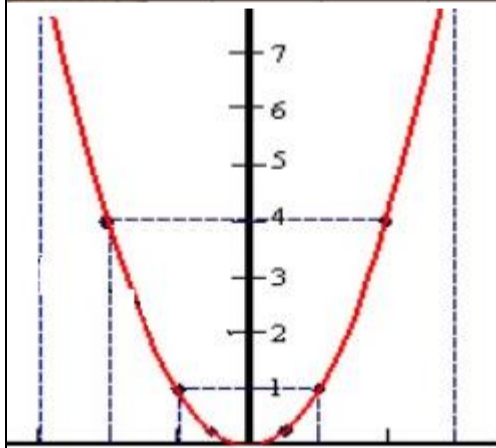
A continuación veremos un ejemplo

$$f(x) = x^2$$

funcion

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
F(X)	9	4	1	0	1	4	9

tabla de valores



Grafica

CONCEPTOS BÁSICOS DE FUNCIÓN

- El conjunto A se llama conjunto de partida o dominio, se puede representar como D_f
- El conjunto B se llama conjunto de llegada o codominio.
- Se llaman pre imágenes a los elementos del conjunto de partida o dominio
- Se llaman imágenes a los elementos del conjunto de llegada o codominio que están asociados a una pre imagen, mediante el criterio de función.
- Se llama RECORRIDO de una función al conjunto formado por las imágenes.
- Este conjunto es un subconjunto del codominio, se puede representar como Rec .
- Para ilustrar los conceptos anteriores usaremos el siguiente diagrama

TRANSFERENCIA

1. Supongamos que se tienen 4 rectas L_1 , L_2 , L_3 y L_4 de modo que:

L_1 pasa por los puntos: A (1, 2) y B (2, 1)

L_2 pasa por los puntos: P(1, 2) y Q(5,2)

L_3 pasa por los puntos: D(1,2) y E(1,-5)

L_4 pasa por los puntos: R(1,2) y T(-2,-6)

- Grafica cada una de éstas rectas en un mismo sistema de ejes cartesianos.
- Calcula la pendiente de cada una de éstas rectas.

2. Dadas las siguientes rectas encuentra la intersección de ellas con los ejes coordenados:

• $x - 2y = 2$

• $3x - 6y = 18$

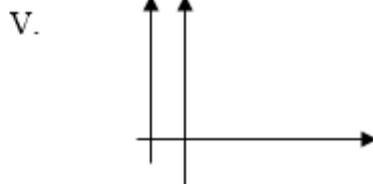
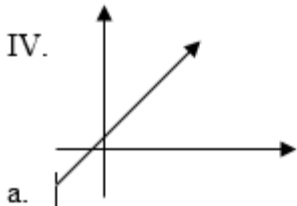
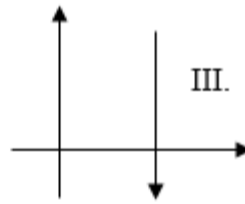
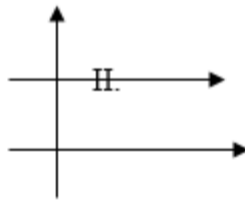
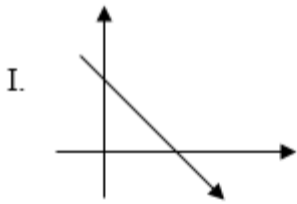
• $x + \frac{1}{2}y = 1$

• $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 1$

3. Encuentra la ecuación de la recta que:

- Pasa por el punto P(-1, 3) y cuya pendiente es -2
- Pasa por los puntos R(-1, 2) y T(1, 7)

4. ¿Cuál de las siguientes rectas tiene una pendiente positiva?



- a.
- b. Solo I.
- c. Solo II
- d. II y III
- e. Solo IV
- f. IV y V

5. Ejercicios: halla el dominio y rango para cada una de las siguientes funciones

- $f(x) = \frac{x}{x+4}$

- $p(x) = \sqrt{x+3}$

- $g(x) = \sqrt[3]{\frac{2}{x+1}}$

- $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$$- h(x) = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

$$- q(x) = \frac{x-2}{x+3}$$

6. evaluar las siguientes funciones en los puntos dados

a) Sea $f(x) = x^2 - 3x + 2$

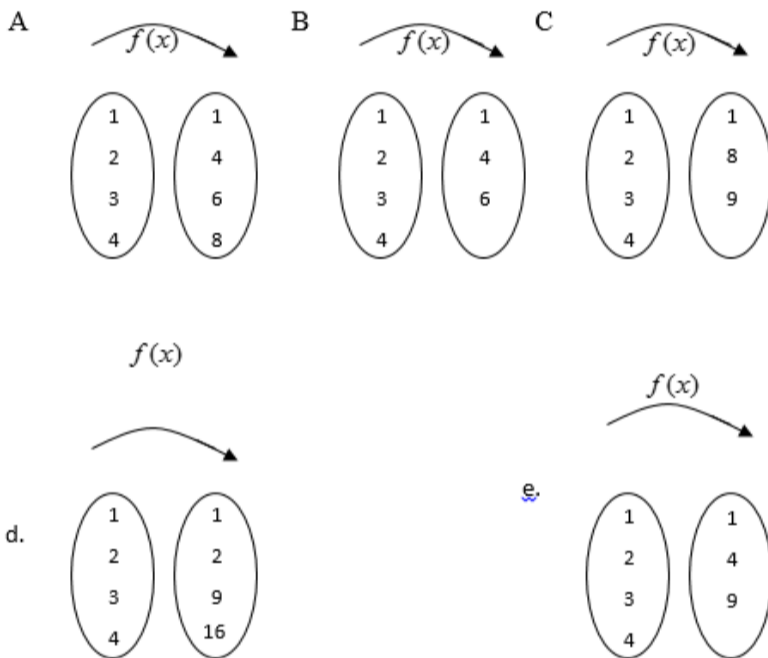
b) Sea $f(x) = x+2$

c) Sea $f(x) = x^3+1$

d) Sea $f(x) = x^3 + x + 1$

Halla: $f(5)$, $f(3)$, $f(-1)$, $f(-2)$ para cada una de las funciones

7.Cuál de las siguientes representaciones corresponde a la función $f(x) = x^2$?



AUTOEVALUACIÓN

- ¿Qué aprendizajes construiste?
- Lo qué aprendiste, ¿te sirve para la vida? ¿Si/no; por qué?
- ¿Qué dificultades tuviste? ¿Por qué?
- ¿Cómo resolviste las dificultades?
- Si no las resolviste ¿Por qué no lo hiciste?
- ¿Cómo te sentiste en el desarrollo de las actividades? ¿Por qué?

RECURSOS	COLOMBIAPRENDE CLASSROOM VIDEOS DE YOUTUBE Santillana grado 10 correo electrónico : daniel.urazan@ierepublicadehonduras.edu.co código classroom: mctsdtp WHATSAPP 3158963635
FECHA Y HORA DE DEVOLUCIÓN	De acuerdo a la programación institucional.